

Семинар «Вычислительные проблемы в оптимальном управлении»

Научный руководитель : к.ф.м.н., доцент кафедры Терновский В.В.

За прошедшие 50 лет с момента появления аналитических и численных методов решения задач оптимального управления (ОУ) прямое практическое использование этих алгоритмов на несовершенных ЭВМ было ограничено. Поэтому многие задачи ОУ не были решены в полной мере. Трудность задач ОУ связана с наличием разнообразных ограничений вариационной постановки и некорректностью самой задачи.

Теория ОУ развивалась в работах Л.С. Понтрягина (принцип максимума Понтрягина), Р. Беллмана (метод динамического программирования), а также в работах Милютина-Дубовицкого и других авторов. Академик А.Н.Тихонов указал на некорректность задач ОУ и предложил численный метод их решения. В.В.Терновским и М.М.Хапаевым был разработан метод решения задач ОУ, основанный на идеологии некорректных задач.

Для достижения результата, задача ОУ понимается и формулируется как обратная задача. Речь идет об обращении причинно-следственной связи, так как поиск управляющей функции осуществляется по заранее известному результату (терминальным условиям). Отсюда, следует, что задачи ОУ некорректно поставлены и должны исследоваться методами регуляризации. Однако конструктивного регуляризирующего алгоритма решения задач ОУ до сих пор предложено не было. Дело в том, что задачи ОУ выделяются в специальный класс вариационных задач из-за наличия дополнительного ограничения на функцию управления в компактном множестве измеримых функций (необязательно выпуклом), причем управление, в свою очередь, входит в дифференциальное ограничение. Класс измеримых управлений слишком широк. Для практических задач интересно найти разрывные решения. Разрывные решения естественны для задач ОУ, так как, чем быстрее умеет переключаться устройство (реле, тормоза, руль, вентиль и т.д.), тем лучше. Использование стандартных методов регуляризации некорректных задач напрямую не подходит, так как регуляризирующий функционал сглаживает разрывы и, тем самым, теряется ценная информация о точках переключения, нужно «угадывать» управление в гладких кривых. Кроме того, приходится

вводить подвижную сетку, чтобы точки переключения не находились в фиксированных узлах, а были найдены в процессе минимизации целевого функционала. Регуляризирующий функционал есть функция Лагранжа для поиска экстремальных решений. Чтобы отказаться от минимизации регуляризирующего функционала, нужно вернуться к исходной вариационной задаче на условный экстремум и воспользоваться прямыми методами. Другими словами, не пытайтесь сводить задачу минимизации к исследованию необходимых условий экстремума. В действительности, в этом нет необходимости, так как существуют прямые методы минимизации, например, метод случайного поиска. Суть разработанного численного метода заключается в преобразовании задачи ОУ в стандартную задачу вариационного исчисления минимизации целевого функционала на множестве допустимых управлений с возможными ограничениями. При этом дифференциальные ограничения, связывающие координаты (фазовые переменные) и управления разделяются. Это легко можно осуществить аналитически в линейных задачах и трудоемко в нелинейных задачах. Резюмируя сказанное, отметим, что изначальная теоретическая сложность задач ОУ сводится к сложности программирования вариационной задачи минимизации(максимизации) с локальными и интегральными ограничениями.